



В алгоритме в качестве исходных данных используются условные времена нахождения элементов БС в своих состояниях, полученные в результате функционирования информационно-управляющей системы (ИУС) каждого элемента. В качестве численного метода используется метод SQP, позволяющий получить на каждом временном шаге матрицу интервально-переходных вероятностей.

Работа алгоритма представляет собой итерационную процедуру нахождения матриц интервально-переходных вероятностей в заданном диапазоне времени функционирования элемента.

Разработанный алгоритм позволяет получить значения интервально-переходных вероятностей как функций времени элементов БС для последующего прогнозирования поведения элементов. Алгоритм программно реализован в Matlab, что дает возможность применить его в специальном программном обеспечении комплексов средств автоматизации управления организационно-технических систем специального назначения.

Литература

1. Адерихин, И. В. Алгоритм оценивания и исследования готовности системы управления судном морского транспорта [Текст] / И. В. Адерихин, М. Г. Воротынцева / Вестник АГТУ. – 2005. – № 2(25). – С. 194–198. - ISSN 1812–9498.
2. Трифонов, А. Г. Оптимизация при наличии ограничений [Текст] / А. Г. Трифонов. - http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_1/15.php.
3. Кетков, Ю. Л. MATLAB 7: программирование, численные методы [Текст] / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. - Спб.: БХВ-Петербург, 2005. - 752 с. - ISBN 5-94157-347-2.

А.Ю. Козлов, Р.А. Стройков

ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТА ПОДСИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БОЕВОЙ СИСТЕМЫ

(Пензенский государственный университет, г. Пенза,
3 ЦНИИ МО РФ, г. Москва)

Для решения задачи моделирования функционирования элемента подсистемы обеспечения (ЭПО) боевой системы (БС), в роли которого может выступать грузовой автомобиль, предназначенный для обеспечения необходимыми ресурсами элементов подсистемы поражения, наиболее адекватным является такое представление полумарковского процесса (ПМП), когда фазовый портрет исследуемого процесса функционирования элемента задан графом состояний $G(P, Q)$ (рисунок), возможными переходами $\{i, j\}$, матрицей независимых функций распределения времени пребывания элемента в i -м состоянии перед пере-



ходом в j -е состояние $Q(t) = \|Q_{ij}(t)\|$, т.е. таких функций, которые имели бы место, если бы данный переход из состояния i был единственным, начальным состоянием процесса в момент времени $t=0$.

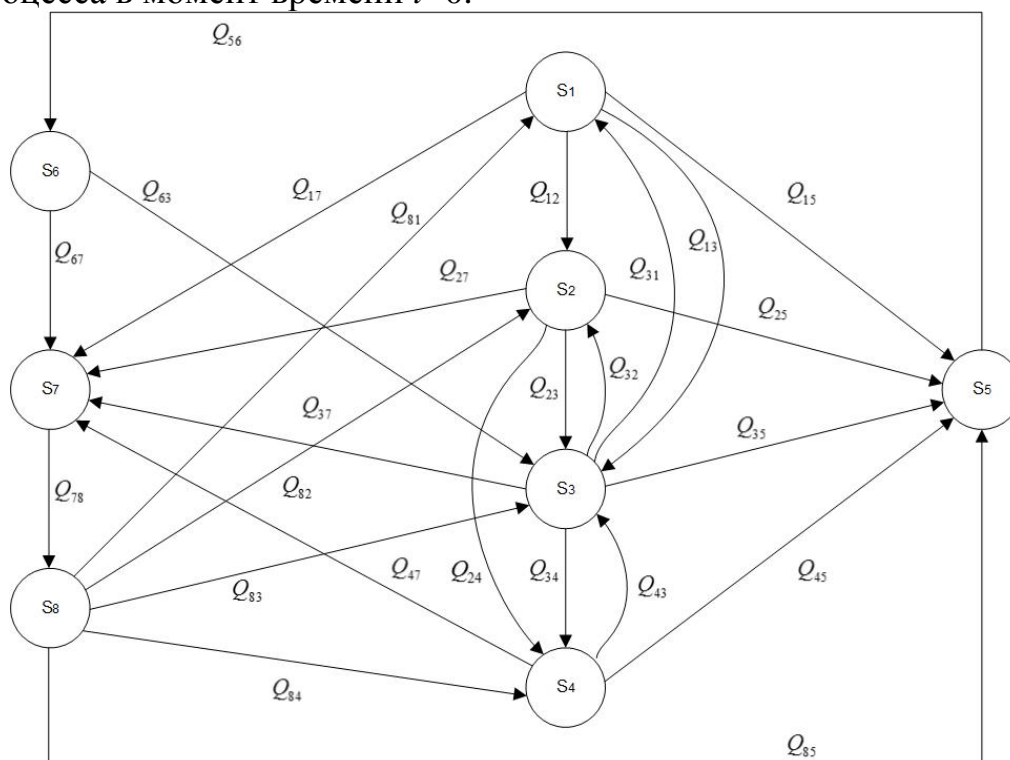


Рис. 1 Граф $G(P, Q)$ состояний ЭПО

Состояния ЭПО могут быть следующими:

- S_1 - ЭПО находится в состоянии дообеспечения ресурсом;
- S_2 - ЭПО находится в состоянии готовности к функционированию;
- S_3 - ЭПО осуществляет перемещение;
- S_4 - ЭПО выполняет функцию обеспечения ресурсом;
- S_5 - ЭПО обнаружен противником;
- S_6 - ЭПО находится под воздействием противника;
- S_7 - ЭПО находится в нефункционирующем состоянии (повреждено);
- S_8 - ЭПО находится в состоянии восстановления.

При определении состояний ЭПО БС следует также определить независимые функции $Q_{ij}(t)$. Аналитический вид независимых функций распределения можно определить статистическим путем, на основе выдвижения и проверки статистических гипотез о видах законов распределений [1]. Проверяются гипотезы о следующих распределениях: показательном, нормальном, равномерном, логнормальном.

В итоге для рассматриваемого графа получим матрицу функций $Q_{ij}(t)$:



$$Q(t) = \begin{pmatrix} 0 & Q_{12}(t) & Q_{13}(t) & 0 & Q_{15}(t) & 0 & Q_{17}(t) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{23}(t) & Q_{24}(t) & Q_{25}(t) & 0 & Q_{27}(t) & 0 \\ Q_{31}(t) & Q_{32}(t) & 0 & Q_{34}(t) & Q_{35}(t) & 0 & Q_{37}(t) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{43}(t) & 0 & Q_{45}(t) & 0 & Q_{47}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{56}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{63}(t) & 0 & 0 & 0 & Q_{67}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{78}(t) \\ Q_{81}(t) & Q_{82}(t) & Q_{83}(t) & Q_{84}(t) & Q_{85}(t) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Тогда при наличии смежных состояний вероятность перехода $p_{ij}(t)$ из состояния i в состояние j вычисляется по формулам:

$$p_{ij}(t) = \int_0^t \prod_{k \neq j} (1 - Q_{ik}(t)) dQ_{ij}(t), \quad (2)$$

где $\prod_{k \neq j} (1 - Q_{ik}(t))$ - вероятность невыхода из i -го состояния за время t по направлению $k \neq j$;

$dQ_{ij}(t)$ - вероятность перехода по направлению j в окрестности t .

Для представленного графа матрица нестационарных вероятностей перехода будет иметь вид:

$$p(t) = \begin{pmatrix} 0 & p_{12}(t) & p_{13}(t) & 0 & p_{15}(t) & 0 & p_{17}(t) & 0 \\ 0 & 0 & p_{23}(t) & p_{24}(t) & p_{25}(t) & 0 & p_{27}(t) & 0 \\ p_{31}(t) & p_{32}(t) & 0 & p_{34}(t) & p_{35}(t) & 0 & p_{37}(t) & 0 \\ 0 & 0 & p_{43}(t) & 0 & p_{45}(t) & 0 & p_{47}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{63}(t) & 0 & 0 & 0 & p_{67}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{78}(t) \\ p_{81}(t) & p_{82}(t) & p_{83}(t) & p_{84}(t) & p_{85}(t) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Установившееся (стационарное) значение переходной вероятности p_{ij} получим из выражения:

$$p_{ij} = p_{ij}(t \rightarrow \infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} p_{ij}(t) = \int_0^{\infty} p_{ij}(t) dt = \int_0^{\infty} \prod_{k \neq j} (1 - Q_{ik}(t)) dQ_{ij}(t). \quad (4)$$

Полученная матрица стационарных значений переходных вероятностей имеет вид:



$$p = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} & 0 & p_{15} & 0 & p_{17} & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & p_{24} & p_{25} & 0 & p_{27} & 0 \\ p_{31} & p_{32} & 0 & p_{34} & p_{35} & 0 & p_{37} & 0 \\ 0 & 0 & p_{43} & 0 & p_{45} & 0 & p_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{63} & 0 & 0 & 0 & p_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{78} \\ p_{81} & p_{82} & p_{83} & p_{84} & p_{85} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Вероятность (2) есть вероятность сложного события: p_{ij} - перехода в состояние j и $F_{ij}(t)$ - пребывания в i -м состоянии в течение времени t , т.е. $p_{ij}(t) = p_{ij} F_{ij}(t)$, откуда можно определить условную функцию распределения времени ожидания перехода

$$F_{ij}(t) = \frac{p_{ij}(t)}{p_{ij}}. \quad (6)$$

В итоге получим следующую матрицу:

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 & F_{12}(t) & F_{13}(t) & 0 & F_{15}(t) & 0 & F_{17}(t) & 0 \\ 0 & 0 & F_{23}(t) & F_{24}(t) & F_{25}(t) & 0 & F_{27}(t) & 0 \\ F_{31}(t) & F_{32}(t) & 0 & F_{34}(t) & F_{35}(t) & 0 & F_{37}(t) & 0 \\ 0 & 0 & F_{43}(t) & 0 & F_{45}(t) & 0 & F_{47}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{56}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{63}(t) & 0 & 0 & 0 & F_{67}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{78}(t) \\ F_{81}(t) & F_{82}(t) & F_{83}(t) & F_{84}(t) & F_{85}(t) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Следовательно, исходная матрица независимых функций распределения времени ожидания переходов $Q(t)$ трансформируется в две матрицы: переходную матрицу $p = \|dQ_{ij}(t)\|$, $i, j = 1, \dots, k$, и матрицу условных функций распределения времени ожидания перехода $F(t) = \|F_{ij}(t)\|$, $i, j = 1, \dots, k$, определяющих функционирование полумарковской модели ЭПО.

Интервально-переходную вероятность определим как вероятность $P_{ij}(t)$ того, что в момент времени t ЭПО находится в состоянии j , если в момент $t=0$ он был в состоянии i . Элемент, выйдя из состояния i , может попасть в состояние j в момент времени t разными путями. Во-первых, если $i=j$, то он может не покидать состояния в течение промежутка времени, или, выйдя из состояния i , он все-таки возвращается в состояние i к моменту времени t . Во-вторых, ЭПО может попасть в произвольное состояние j , занимая в момент времени τ некоторое промежуточное состояние n . Вероятности этих двух взаимно исключающих возможностей должны суммироваться [3]. Следовательно, получаем уравнение для вероятности $P_{ij}(t)$:



$$P_{ij}(t) = V_i(t) + \sum_{n=1}^k p_{in} \int_0^t f_{in}(\tau) P_{nj}(t-\tau) d\tau, \quad (8)$$

где $f_{in}(\tau)$ - функция плотности вероятности времени пребывания ЭПО в состоянии i в направлении n .

Первый член в (8) $V_i(t)$ - вероятность того, что ЭПО не покинет состояние i в момент времени t

$$V_i(t) = \delta_{ij} \prod_j (1 - Q_{ij}(t)), \quad (9)$$

где $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j, \\ 0, & \text{при } i \neq j, \end{cases}$ - символ Кронекера.

Второй член выражения (8) - вероятность последовательных событий, когда ЭПО совершает переход из состояния i в состояние n к моменту τ и затем переходит из состояния n в состояние j за оставшееся время $(t - \tau)$. Вероятности частных переходов суммируются по всем промежуточным состояниям n , в которые возможны переходы из начального состояния i , и интегрируются по возможному времени перехода τ между 0 и t .

Система линейных интегральных уравнений (8) является основной. Она позволяет получать выражения для вероятностей состояний исследуемого процесса, в частности, и для показателей функционирования ЭПО БС через основные характеристики полумарковского процесса.

Кроме вероятностных параметров полумарковская модель позволяет определить временные параметры: безусловные математические ожидания времени пребывания ЭПО в каждом состоянии, условные математические ожидания времени пребывания ЭПО в состоянии.

Таким образом, представленная полумарковская модель функционирования ЭПО БС может использоваться при оценивании готовности ЭПО к включению в сеть средств обеспечения в рамках концепции «сетцентрической войны».

Литература

1. Адерихин, И. В. Алгоритм оценивания и исследования готовности системы управления судном морского транспорта [Текст] / И. В. Адерихин, М. Г. Воротынцева / Вестник АГТУ. – 2005. – № 2(25). – С. 194–198. - ISSN 1812–9498.
2. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / В. С. Мхитарян, В. Ф. Шишов, А. Ю. Козлов. - М.: Издательский центр «Академия», 2012. – 416 с. – (Сер. Бакалавриат) – 1000 экз. - ISBN 978-5-7695-8147-2.
3. Королук, В. С. Полумарковские процессы и их приложения [Текст] / В.С. Королук, А. Ф. Турбин. – Киев: Наукова думка, 1976. – 184 с.